

УДК 004

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОГО КОЛЛЕКТОРА
СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ**

Б.И. Пякилля

*Научный руководитель: В.И. Гончаров, д.т.н., профессор каф. ИКСУ ИК ТПУ**Национальный исследовательский Томский политехнический университет**E-mail: pakillaboris@gmail.com*

Аннотация. В работе представлено приближенное математическое описание объекта с распределенными параметрами. За изучаемый объект был взят распределенный коллектор солнечной энергии, что связано с распространением данного типа систем в народном хозяйстве и необходимостью эффективного управления такими объектами. В основу описания были положены преобразование Лапласа и степенной ряд Тейлора.

Abstract. In this paper approximate distributed parameter system's mathematical description is presented. A distributed collector solar energy is taken into study which is caused by popularity such kind of systems in economics and necessity of efficient control. The description is based on Laplace transform and Taylor series.

Keywords: Transfer function, Laplace transform, distributed parameter system, approximation, Taylor series.

Ключевые слова: Передаточная функция, преобразование Лапласа, система с распределенными параметрами, аппроксимация, ряды Тейлора.

В инженерной практике управления технологическими процессами существует давняя и крайне важная задача управления системами с распределенными параметрами. Важность этой проблемы обусловлена тем фактом, что большинство реальных систем имеют распределение своих параметров в зависимости от координаты [1, 2]. Это может быть, как и одномерная зависимость от координаты, так и трехмерная. Примерами таких объектов управления являются объекты нефтегазовой, тяжелой и металлургической промышленности. В металлургической промышленности нагрев является одним из типичных процессов управления, когда необходимо принимать во внимание пространственную зависимость управляемой координаты, такой как температура нагреваемого объекта. В нефтегазовой промышленности такими объектами, при управлении которыми необходимо учитывать их пространственную протяженность, являются магистральные нефтепровода. Управляемой координатой в последнем случае является давление нефти в нефтепроводе.

Сложность работы с такими системами вызвана тем, что математическое описание систем с распределенными параметрами основывается на дифференциальных уравнениях в частных производных (ДУЧП), что усложняет анализ таких систем и синтез регуляторов для управления [1, 2]. Существуют различные способы работы с такими системами, некоторые из них основываются на непосредственном решении ДУЧП и уже дальнейшего синтеза управления для найденного решения. Такие способы, в большинстве своем, представляют лишь теоретический интерес, и не могут быть реализованы в существующих системах автоматического управления и регулирования. Это связано с их высокой вычислительной сложностью и сильной зависимостью от отклонений в исходном математическом описании управляемого объекта [3]. Другой путь заключается в приближенном описании системы с распределенными параметрами в виде линейного обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) либо системы ОДУ. В основе замены ДУЧП на ОДУ лежат методы коллокации, Галеркина, конечных элементов [1, 2, 3]. Такой подход позволяет лучше понять поведение управляемого объекта и использовать многочисленные разработанные методы синтеза регуляторов для систем с сосредоточенными параметрами.

Наиболее популярным способом работы с ОДУ, полученными либо на основе аппроксимации ДУЧП либо на основе фундаментальных законов физики, является использование преобразования Лапласа. Этот подход дает возможность перейти от ОДУ к алгебраическим уравнениям, что значительно упрощает анализ и синтез системы управления. Далее рассмотрим пример системы с распределенными параметрами и возможность синтеза управления.

Примером системы с распределенными параметрами является коллекторная распределенная система на основе солнечных панелей (DCSF) [4]. Ее устройство состоит из металлической трубы, внутри которой находится теплоноситель, некоторая жидкость. Металлическая труба находится внутри коаксиальной стеклянной трубки, используемой для повышения теплопередачи. Ее работа основана на парниковом эффекте. Математическое описание DCSF выглядит следующим образом

$$\frac{\partial}{\partial t} T(z, t) = -u \frac{\partial}{\partial z} T(z, t) + \alpha R(t),$$

где $T(z, t)$ – температура жидкости (теплоносителя), u – скорость входящего потока жидкости (жидкости), α – коэффициент, связанный с эффективностью абсорбции тепловой энергии жидкостью, $R(t)$ – мощность солнечной радиации. Мощностью солнечной радиации можно пренебречь и работать только с уравнением вида:

$$\frac{\partial}{\partial t} T(z, t) = -u \frac{\partial}{\partial z} T(z, t), \quad (1)$$

Используя (1), можно с помощью преобразования Лапласа получить передаточную функцию, описывающую систему с распределенными параметрами $W(z, s)$:

$$\frac{T(z, s)}{T(0, s)} = e^{\frac{-s}{u} z}, \quad (2)$$

где s – комплексная переменная, $T(z, s)$ – температура жидкости на входе в трубу. Выражение (2) можно упростить, используя ряды Тейлора и ограничиваясь первыми тремя членами ряда. Упрощенное выражение, удобное для анализа и синтеза управляющих законов, представлено ниже:

$$\frac{T(z, s)}{T(0, s)} = \frac{1}{\frac{(zs)^3}{6u^3} + \frac{(zs)^2}{2u^2} + \frac{zs}{u} + 1}. \quad (3)$$

Передаточную функцию (3), при соответствующем выборе координаты z , можно использовать для приблизительного изучения динамики и статики процесса передачи тепла в распределенном коллекторе солнечной энергии. Для более детального исследования необходимо учитывать и влияние солнечной радиации, и тепловые потери, связанные с взаимодействием с окружающей средой.

Список литературы

1. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М., Высш.шк., 2003. – 299 с.
2. Шевяков А.А., Яковлева Р.В. Инженерные методы расчета динамики теплообменных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1968. – 320 с.
3. Radhakant Padhi, Sk. Faruque Ali. An account of chronological developments in control of distributed parameter systems. // Annual Reviews in Control. – 2009. – № 33. – P. 59–68.
4. Lemos M. Joao, Neves-Silva Rui, Igreja M. Jose. Adaptive control of solar energy collector systems. Springer, 2014. – 253 p.